

# Université de Constantine 1

Faculté des sciences exactes

Département mathématiques

## Interrogation en algèbre II

**Exercice 1 :** Soit  $E$  un espace vectoriel sur un corps  $K$  et soient  $u, v$  et  $w$  des vecteurs libres de  $E$ . Les familles suivantes, sont-elles libres ou liées ?  
(Vous devez justifier votre réponse)

- 1)  $A = \{u, v, u\}$  ;      2)  $B = \{v + u, v, w - u + v\}$   
3)  $C = \{u, w, w - u\}$  ;      4)  $D = \{u, 0, v\}$

### Exercice 2 :

- 1)  $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = -y\}$  est-il un s.e.v de  $E = \mathbb{R}^2$  ?  
2)  $G = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$  est-il un s.e.v de  $E = \mathbb{C}$  ?  
3)  $H = \{f \in \mathfrak{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) / f \text{ paire}\}$  est-il un s.e.v de  
 $E = \mathfrak{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f \text{ fonction}\}$  ?

(Justifier votre réponse)

### Exercice 3 :

Soit  $E$  un espace vectoriel sur un corps  $K$  et soient  $F, G$  et  $H$  trois s.e.v de  $E$

Montrer que :

$$(H \cap F) + (H \cap G) \subseteq H \cap (F + G)$$